

Modelo não-linear para a Análise Estática e/ou Dinâmica de Pórticos de Betão Armado

Humberto Varum¹, Aníbal G. Costa²

SUMÁRIO

O objectivo principal deste trabalho foi desenvolver um modelo não-linear para a análise estática e/ou dinâmica de edifícios de betão armado. A calibração dos diferentes parâmetros do modelo foi obtida com base em resultados experimentais e a sua implementação foi feita com recurso a curvas determinadas a partir de análises não-lineares ao nível das secções (usando o modelo de fibras).

O modelo numérico consiste na modelação do elemento de barra com três graus de liberdade por nó, usando rótulas plásticas na extremidade das barras sempre que o momento nessa extremidade ultrapasse o valor do momento de fendilhação.

O modelo desenvolvido é aplicado na reprodução numérica de um ensaio experimental, bem como ao cálculo sísmico de pórticos de betão armado.

São apresentadas as ductilidades exigidas nas diversas secções, para além das curvas momento-curvatura.

1 INTRODUÇÃO

No modelo analítico que foi desenvolvido e implementado para a avaliação da resposta sísmica de elementos de betão armado sujeitos predominantemente a flexão admite-se que as deformações inelásticas estão concentradas junto das extremidades dos elementos numa determinada extensão ao longo da qual ocorrem os fenómenos de comportamento não-linear.

1 - Assistente, Secção Autónoma de Engenharia Civil, Universidade de Aveiro - email: hvarum@civil.ua.pt

2 - Professor Auxiliar, Depart. de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto - email: agc@fe.up.pt

De facto, em presença de acções sísmicas intensas, o comportamento de elementos estruturais de pórticos é geralmente controlado pela sua capacidade de dissipação de energia nas rótulas plásticas e verifica-se que as zonas críticas, nas quais são excedidos os limites elásticos quando a resposta estrutural se processa em regime não-linear, se localizam normalmente nas extremidades dos elementos.

O modelo desenvolvido possibilita uma melhor compreensão do comportamento de edifícios face às acções sísmicas e permite daí tirar ilações importantes sobre o desenvolvimento de rótulas nos diferentes elementos estruturais. Permitindo ainda, no futuro, partir para a avaliação da segurança dos edifícios quer através dos métodos probabilísticos (cadeia de mecanismos de rotura), quer através da introdução dos índices de dano.

A utilização de modelos realistas do comportamento estrutural não-linear pode contribuir de forma apreciável para a verificação e calibração das disposições regulamentares, nomeadamente os valores dos coeficientes de comportamento associados a determinados tipos estruturais e processos de dimensionamento (Coelho, 1992).

2 IDEALIZAÇÃO DOS ELEMENTOS E MODELO ESTRUTURAL

2.1 - Considerações gerais

A idealização do elemento estrutural consiste na consideração de um macro-elemento de barra constituído pela associação em série de três subelementos. Tendo o subelemento central um comportamento elástico linear e estando ligado em cada uma das extremidades a um subelemento de barra com comportamento não-linear. Os subelementos extremos servem para representar as zonas inelásticas do elemento, sendo as leis de restituição definidas pelo modelo histerético aplicado aos diagramas momento-curvatura das secções médias dos subelementos extremos, com o objectivo de reproduzir os fenómenos histeréticos que eventualmente ocorram naquelas zonas. Para caracterizar a deformabilidade dos elementos em regime inelástico a partir dos diagramas momento-curvatura das secções atrás referidas, admite-se que a curvatura é constante nas zonas inelásticas e tem o valor da curvatura na secção média desses subelementos extremos (Varum, 1996).

2.2 - Idealização do macro-elemento estrutural

Os subelementos extremos pretendem representar, tal como se tinha dito, eventuais zonas inelásticas que se desenvolvem ao longo duma extensão junto às extremidades da barra (designada por comprimento da rótula plástica). O modelo permite ainda considerar zonas inelásticas com comprimentos distintos nas duas extremidades do elemento.

A rigidez de flexão de um subelemento inelástico existente na extremidade de um elemento de barra é considerada proporcional à componente de rigidez de flexão inicial da barra em regime elástico, como podemos ver na Equação (1):

$$k = f \cdot \frac{4EI}{l}$$

k – rigidez do subelemento inelástico;

l - comprimento do subelemento;

EI - rigidez de flexão;

E - módulo de elasticidade;

I - momento da inércia.

(1)

O parâmetro de rigidez f é obtido directamente das relações momento-curvatura nas secções extremas da barra.

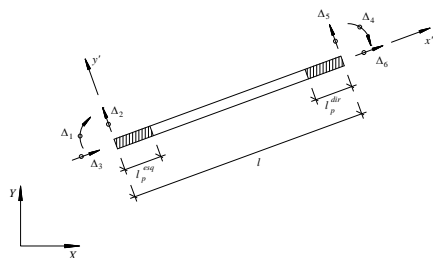


Figura 1 - Macro-elemento de barra com seis graus de liberdade

A matriz de rigidez do macro-elemento é obtida, considerando todos os graus de liberdade (três por nó) dos subelementos, através do espalhamento adequado da rigidez dos três subelementos, sendo posteriormente efectuada a redução aos graus de liberdade dos nós extremos do macro-elemento por um processo de condensação estática. Uma vez que se optou por um modelo plano de estrutura considerando os três graus de liberdade por nó, obteremos a matriz de rigidez de um macro-elemento com seis graus de liberdade, como se ilustra na Figura 1 (Varum, 1996).

2.3 - Comprimento da rótula plástica

No modelo de barra desenvolvido são considerados subelementos não-lineares nas extremidades que pretendem representar a descontinuidade de rotação nas zonas críticas dos elementos, e que corresponde à excedência dos esforços de fendilhação que ocorrem ao longo de um determinado comprimento numa estrutura real quando sujeita a determinadas solicitações. De facto, as zonas inelásticas existentes nos elementos de betão armado estão associadas à deformação inelástica do aço e ocorrem num comprimento de dimensão finita, devido a fenómenos como a perda de aderência das armaduras e a formação de fendas diagonais. Este comprimento de plastificação (l_p) é normalmente inferior à altura da secção da barra e pode variar com os valores de curvatura atingida e com o material (Park e Paulay, 1975).

O modelo desenvolvido considera que o comprimento de plastificação l_p é constante durante o carregamento e admite para o cálculo da rigidez presente no subelemento não-linear que a curvatura não varia ao longo desse comprimento e é igual ao valor que assume na secção média do subelemento. Assim, com a evolução da solicitação e a consequente evolução dos momentos nos diversos elementos que constituem a estrutura, faz-se uma verificação da evolução desses esforços, em todas as secções com comportamento não-linear, que terão de acompanhar a lei momentos-curvatura previamente estabelecida (e respeitar as características do modelo de comportamento hysterético).

3 MODELO HISTERÉTICO NÃO-LINEAR EM FLEXÃO

O modelo hysterético de comportamento não-linear em flexão implementado no programa de análise dinâmica baseia-se no modelo de *Takeda* (Costa e Campos Costa, 1987).

Os parâmetros que definem a curva base trilinear, para cada sentido, Figura 2, são:

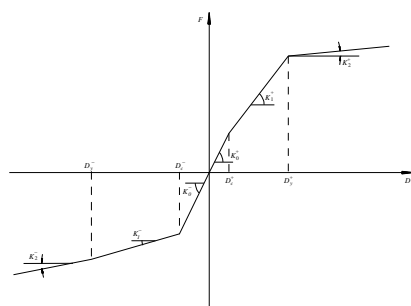


Figura 2 - Curva base trilinear para os dois sentidos

- K_0 - rigidez inicial (troço 1)
- K_1 - rigidez após fissuração (troço 2)
- K_2 - rigidez após cedência (troço 3)
- D_c - deslocamento generalizado correspondente à fissuração
- D_y - deslocamento generalizado correspondente à cedência

A rigidez de flexão inicial da secção (K_0) é calculada a partir das características elásticas do material (módulo de elasticidade E) e da geometria da secção (inércia I em torno do eixo de flexão). Os valores da rigidez após fissuração e cedência podem ser calculados a partir do conhecimento dos pontos de ocorrência da fissuração e plastificação (cedência) respectivamente.

O modelo hysterético implementado para reproduzir o comportamento de elementos de betão armado sujeitos a um carregamento repetido e alternado é capaz de traduzir a degradação de rigidez com a deformação, a degradação de rigidez após inversão do carregamento, a degradação de resistência e o efeito de aperto. Uma característica muito importante do modelo implementado é a capacidade de reprodução do comportamento distinto para os dois sentidos de flexão.

Nas aplicações realizadas neste trabalho a curva base de comportamento em flexão das diversas secções de betão armado foi obtida através do programa *BIAX* desenvolvido por Carlos T. Vaz (Vaz, 1992) baseado no modelo de fibras. De acordo com esse modelo as barras são discretizadas ao nível das secções em fatias (no caso de flexão uniaxial) ou filamentos (no caso de flexão biaxial) com comportamento uniaxial segundo o seu eixo longitudinal (Figura 3), sendo ignorados os efeitos do esforço transversal. É admitido que as secções se mantêm planas após deformação, o que permite calcular o campo de extensões axiais na secção em função da extensão axial média ε_m e das curvaturas segundo os eixos principais ϕ_x e ϕ_y , através da Equação (2):

$$\varepsilon(x, y) = \varepsilon_m + \phi_x y - \phi_y x \quad (2)$$

e, uma vez obtidas as extensões para cada filamento as tensões respectivas podem ser calculadas a partir das relações tensões-extensões consideradas para os materiais constituintes (Vaz, 1992).

O modelo de fibras permite definir a curva-base do comportamento em flexão das secções de betão armado.

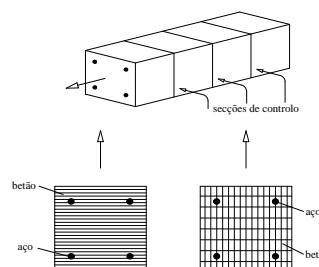


Figura 3 - Modelo de fibras. Discretização dos elementos e das secções

4 MODELO NUMÉRICO PARA A ANÁLISE NÃO-LINEAR

O modelo analítico desenvolvido para a idealização de elementos estruturais de betão armado sujeitos a acções repetidas e alternadas foi implementado num programa de cálculo automático capaz de representar o comportamento não-linear e histerético associado à flexão de estruturas de betão armado.

Tanto para a análise estática como dinâmica, o procedimento adoptado para o tratamento da não linearidade material baseia-se numa análise incremental das equações de equilíbrio estrutural, trabalhando assim em cada instante com a rigidez real instalada nas diversas secções. A formulação incremental utilizada está associada à subdivisão em pequenos incrementos da solicitação exterior e à linearização das relações constitutivas do comportamento estrutural em cada incremento. A resposta da estrutura é obtida pela sucessão de estados de equilíbrio no final de cada incremento (Varum, 1996).

No caso de análise de estruturas sujeitas a cargas estáticas (supostamente permanentes) e dinâmicas, realiza-se em primeiro lugar a análise não-linear incremental para as cargas estáticas apenas, e só após a instalação das cargas estáticas com o seu valor final é que se desenvolve a análise dinâmica.

Para resolver as equações diferenciais de equilíbrio dinâmico implementou-se o método implícito de Newmark numa formulação incremental.

5 EXEMPLO DE APLICAÇÃO

5.1 - Considerações Gerais

Para calibrar o modelo analítico desenvolvido reproduziu-se numericamente um ensaio experimental, realizado no LNEC (Pires, 1990), e foram comparados os resultados com os de outros modelos numéricos. Foi assim analisado um pórtico de um piso e um tramo em regime estático não-linear, sob acção de deslocamentos impostos alternados.

5.2 - Descrição do ensaio experimental e calibração dos parâmetros

O pórtico foi ensaiado no âmbito de um programa experimental que teve por objectivo o estudo da influência dos painéis de enchimento de alvenaria nas estruturas em pórtico de betão armado. Este programa envolveu a realização de ensaios sobre modelos, à escala 2/3, de uma série de pórticos com e sem alvenaria de enchimento. O modelo seleccionado para a análise numérica foi um modelo sem enchimento (modelo M1) (Pires, 1990), dimensionado de acordo com as prescrições do REBAP. Foi realizada uma análise estática não-linear procurando reproduzir-se da melhor forma as condições de ensaio, nomeadamente a consideração de esforço axial inicial nos pilares, condições de apoio e história de deslocamentos impostos considerada no ensaio experimental.

O modelo foi construído sobre um maciço de betão armado, ao qual se ligaram as armaduras dos pilares conferindo uma ligação da base dos pilares ao exterior que se podem considerar como encastramentos perfeitos.

Apresenta-se na Figura 4 as características geométricas do pórtico ensaiado, e na Figura 5 a pormenorização das armaduras na viga e nos pilares nas zonas onde se concentra o comportamento não-linear.

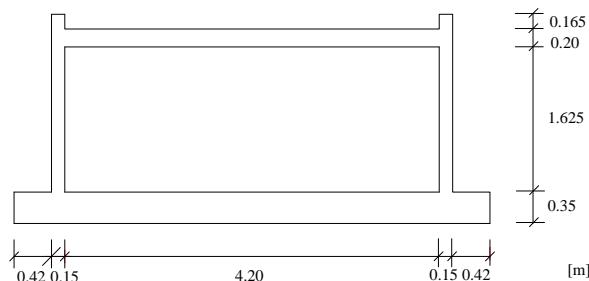


Figura 4 – Características geométricas

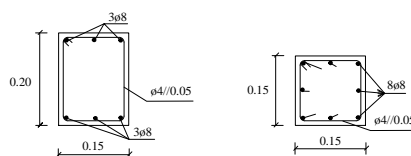
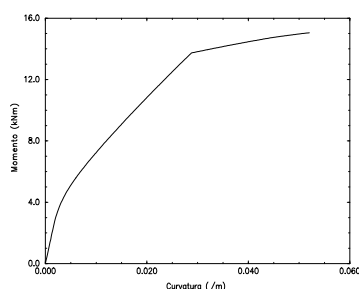


Figura 5 – Pormenorização das armaduras

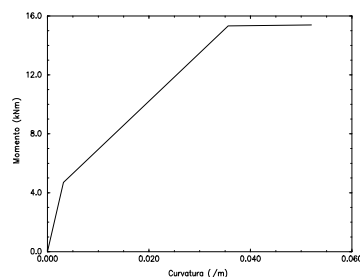
Os parâmetros do modelo hysterético representativo das relações momento-curvatura para os elementos (viga e pilares) foram determinados para o modelo em causa com base nos seguintes critérios:

- A curva base trilinear é definida a partir de cinco parâmetros apenas, uma vez que as secções das peças em causa neste modelo são simétricas e simetricamente armadas. E, foram determinados através da análise das secções de betão armado junto das extremidades das peças (viga e pilares) sujeitos a um carregamento monotónico, traduzido pela imposição de curvaturas, com base num modelo de fibras (Vaz, 1992). A partir das curvas obtidas pelo modelo foi feito o ajuste de uma curva tri-linear.
- O dispositivo de ensaio utilizado limitou a deformação da viga como pode ser observado no modelo após o ensaio realizado por Felicita Pires (Pires, 1990). Daí, considerou-se que o comportamento não-linear do pórtico ocorrerá apenas devido às deformações inelásticas nas secções extremas dos pilares, mantendo-se a viga com comportamento elástico linear (Coelho, 1992).

Ilustra-se na Figura 6-a) a relação momento-curvatura obtida para a secção do pilar com o modelo de fibras (programa *BIAX*). Na Figura 6-b) mostra-se a curva-base trilinear utilizada no modelo analítico.



a) obtidas com o modelo de fibras



b) curva trilinear utilizada

Figura 6 - Relações momento-curvatura

Em relação aos restantes parâmetros definidores do modelo hysterético, nomeadamente os que caracterizam a degradação da rigidez, degradação de resistência e os efeitos de "pinching" e "slipping" que são α , γ e β respectivamente, estes foram estimados com base na

observação dos diagramas momento-curvatura obtidos experimentalmente para o modelo M1 (Pires, 1990).

Para comprimentos das rótulas plásticas (l_p) dos diferentes elementos foram utilizados valores estimados com base na expressão empírica proposta por Park e Priestley (Park e Paulay, 1975):

$$l_p = 0.08l + 6d_b \quad \text{sendo: } l - \text{comprimento do elemento} \quad (3)$$

d_b - diâmetro dos varões da armadura longitudinal

Foi imposta uma história de deslocamentos cíclicos horizontais alternados à semelhança da utilizada no ensaio experimental quase estático, como se ilustra na Figura 7.

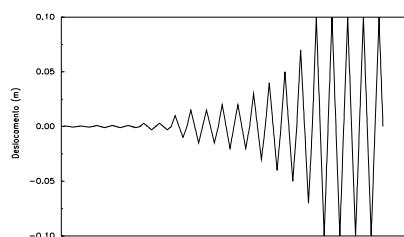


Figura 7 - História de deslocamentos impostos

Em resumo, apresentam-se no Quadro I os valores dos parâmetros do modelo hysterético considerados para as secções extremas dos elementos estruturais com comportamento não-linear (pilares).

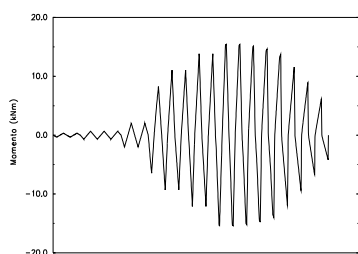
Quadro I - Parâmetros do modelo hysterético para o pilar do modelo M1.

$k_0^- = k_0^+$ [kN×m ²]	$k_1^- = k_1^+$ [kN×m ²]	$k_2^- = k_2^+$ [kN×m ²]	$\rho_f^- = \rho_f^+$ (×10 ⁻³) [m ⁻¹]	$\rho_c^- = \rho_c^+$ (×10 ⁻³) [m ⁻¹]	α	β	μ	l_p [m]
1490.00	327.35	4.28	3.154	35.599	0.25	0.00	10.0	0.186

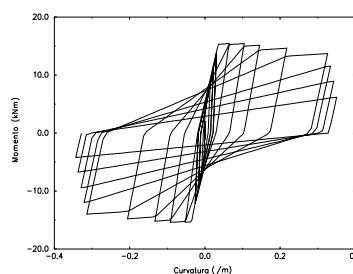
Foram aplicadas cargas verticais descendentes de 10 kN no topo dos pilares.

5.3 - Resultados obtidos com o modelo numérico

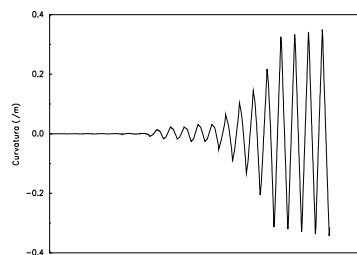
Nas Figuras 8 e 9 apresentam-se a evolução dos momentos e das curvaturas ao longo do ensaio, bem como as curvas momento-curvatura, nas secções de extremidade de um dos pilares (inferior e superior, respectivamente).



a) Evolução dos momentos ao longo do ensaio



c) Diagramas momento-curvatura



b) Evolução das curvaturas ao longo do ensaio

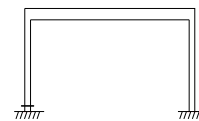
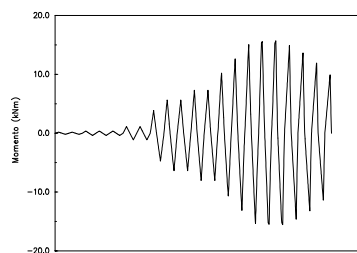
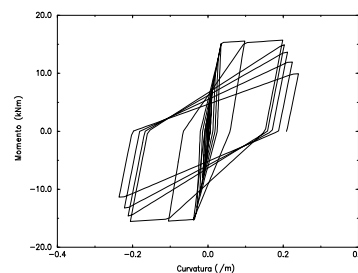


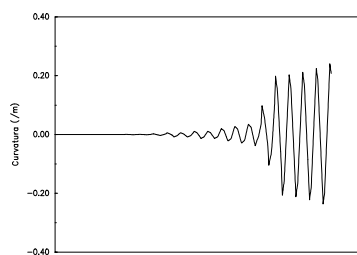
Figura 8 - Extremidade inferior do pilar



a) Evolução dos momentos ao longo do ensaio



c) Diagramas momento-curvatura



b) Evolução das curvaturas ao longo do ensaio

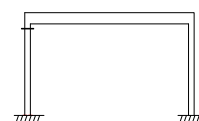


Figura 9 - Extremidade superior do pilar

Para analisar o comportamento global da estrutura e fazer uma comparação com os resultados obtidos experimentalmente, ver (Pires, 1990), ilustram-se nas Figuras 10, 11, 12 e 13 respectivamente o diagrama força-deslocamento global, a "energia total", a envolvente do diagrama força-deslocamento global e o diagrama força horizontal-deslocamento total obtidos com a análise numérica. Define-se como energia total a soma da energia total dissipada pelo sistema por histerese com a energia elástica armazenada recuperável por deformação elástica.

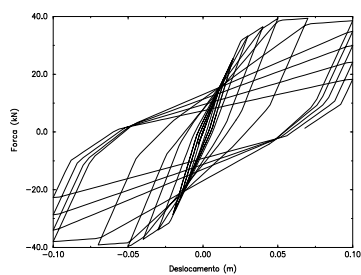


Figura 10 - Força-deslocamento global

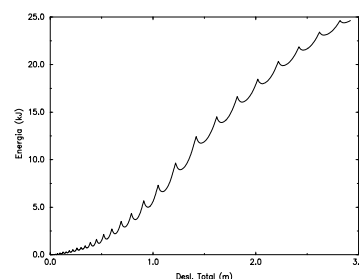


Figura 11 - Energia total

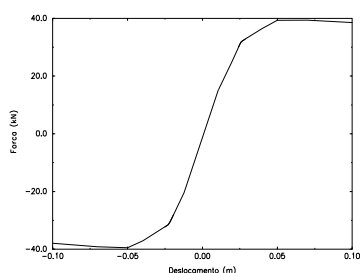


Figura 12 – Envoltória do diagrama F-d

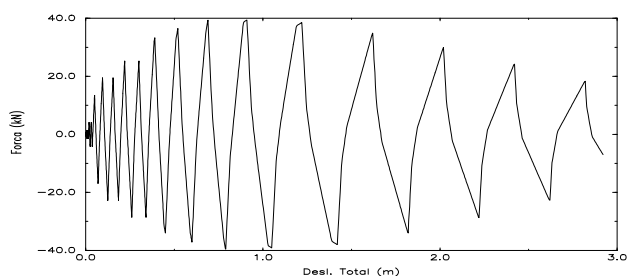


Figura 13 - Força-deslocamento total

Apresenta-se na Figura 14 a evolução da fendilhação e da plastificação das diversas secções do Modelo, ao longo do ensaio numérico. A partir do valor limite de plastificação são considerados sete níveis de ductilidade.

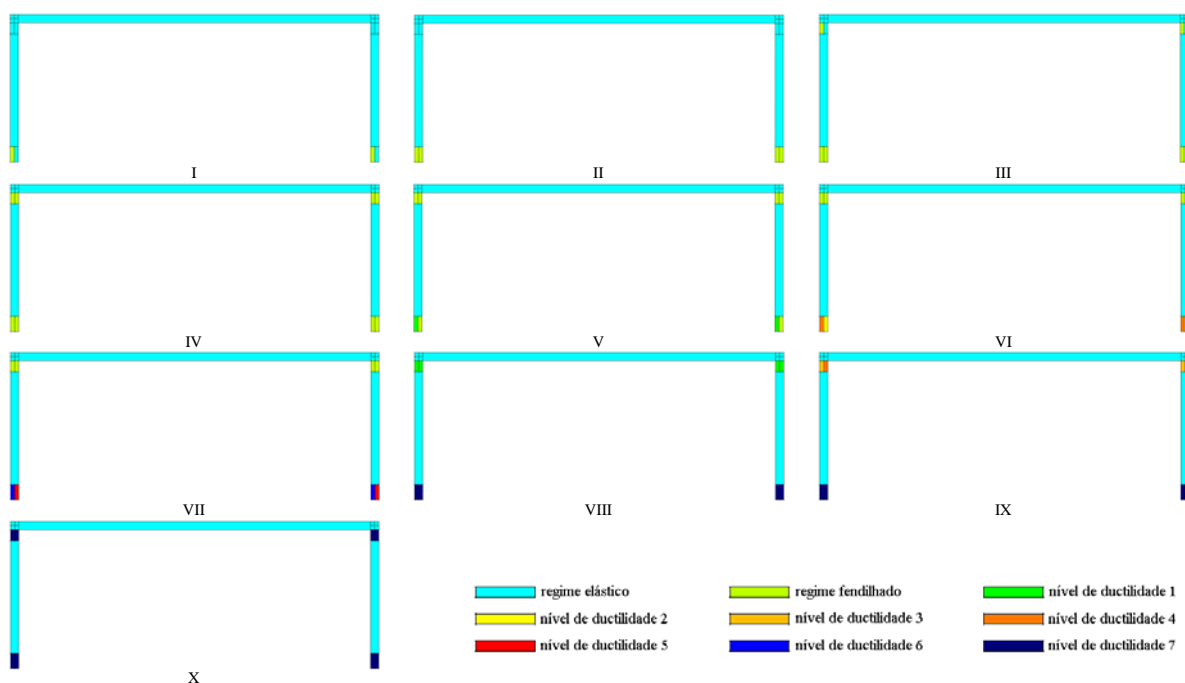


Figura 14 - Evolução da fendilhação e plastificação

Da aplicação do modelo desenvolvido para a reprodução do ensaio experimental obtiveram-se resultados bastante razoáveis, o que demonstra que o modelo analítico desenvolvido permite simular com algum rigor o comportamento de elementos de betão armado sujeitos a um carregamento cíclico e alternado.

Da comparação dos resultados analíticos com os resultados experimentais (Pires, 1990), e com os resultados obtidos com o modelo numérico desenvolvido por Ema Coelho (Coelho, 1992), pode dizer-se que:

- Em termos das curvas globais existe uma boa aproximação dos resultados experimentais e analíticos, nomeadamente em termos da envoltória do diagrama força-deslocamento, da evolução global da mesma, da evolução da energia total e da evolução do diagrama força horizontal-deslocamento total.
- A evolução da fendilhação e plastificação ao longo do teste numérico aproxima-se também de forma satisfatória dos resultados observados experimentalmente.

Com procedimentos similares ao visto para o modelo M1 (ensaios estáticos com imposição de deslocamentos alternados) consegue-se aferir parâmetros característicos do modelo e do material, veja-se o exemplo (Costa, 1989).

5.4 - Avaliação da resposta sísmica de estruturas

O modelo analítico foi ainda aplicado a um edifício de oito pisos com estrutura em pórtico regular, com características diferentes nas duas direcções principais ortogonais. Este edifício foi previamente dimensionado para o nível de ductilidade mais elevado (tomando um coeficiente de comportamento global de 5.0) de acordo com as prescrições do Eurocódigo 2 e do Eurocódigo 8.

Para a determinação da resposta sísmica do edifício foi realizada uma análise para as duas direcções separadamente, usando o modelo analítico plano. Assim, estudaram-se dois pórticos correspondentes cada um a uma das direcções da malha ortogonal.

Para a determinação da resposta em regime não-linear de cada uma das estruturas planas foram utilizados acelerogramas artificiais gerados com base no espectro de potência definido no Regulamento de Segurança e Acções para Estruturas de Edifícios e Pontes (RSA).

6 CONCLUSÕES

De acordo com o objectivo principal deste trabalho foi desenvolvido e implementado num programa de cálculo automático um modelo capaz de reproduzir a resposta sísmica em regime não-linear de estruturas em pórtico plano de betão armado. O modelo permite fazer análises para acções estáticas e/ou dinâmicas, considerando a não linearidade material para o comportamento em flexão dos elementos. O modelo desenvolvido utiliza uma modelação da estrutura relativamente detalhada, nomeadamente no que diz respeito à discretização em elementos estruturais e definição do comportamento hysterético ao nível da secção. Da análise dos resultados obtidos para os exemplos de aplicação estudados pode-se concluir que o modelo desenvolvido reproduz razoavelmente a resposta estrutural a acções sísmicas.

REFERÊNCIAS

- (Coelho, 1992) - “Comportamento Sísmico de Estruturas em Pórtico de B. A. - Avaliação da Resposta Não-Linear Histerética” - Ema Coelho - Tese de Doutoramento - Lisboa
- (Costa, 1989) - “Análise Sísmica de Estruturas Irregulares” - Aníbal Guimarães da Costa - Tese de Doutoramento; FEUP
- (Costa e Campos Costa, 1987) - “Modelo Histerético das Relações Forças-Deslocamentos adequado à Análise Sísmica de Estruturas” - A. G. Costa; A. C. Costa - DE-NDA; LNEC
- (Park e Paulay, 1975) - “Reinforced Concrete Structures” - R. Park; T. Paulay - J. Willey & S.
- (Pires, 1990) - “Influência das Paredes de Alvenaria no Comportamento de Estruturas Reticuladas de B. A. Sujeitas a Acções Horizontais” - Felicita G. Pires - LNEC
- (Varum, 1996) - “Modelo Numérico para a Análise Sísmica de Pórticos Planos de Betão Armado” - Humberto Varum - Tese de Mestrado - FEUP
- (Vaz, 1992) - “Comportamento Sísmico de Pontes com Pilares de Betão Armado - Verificação da Segurança” - Carlos T. Vaz - Tese de Doutoramento - FEUP